Online - Team Wettbewerb 2018

des Mathe-Treffs
der Bezirksregierung Düsseldorf

Lösungen für die Sekundarstufe I Stufen 9 (und 10)

1. Aufgabe (Flucht aus dem Gefängnis):

a)

Zeichen: * ☼ △

Folgende Kombinationen sind möglich:

*** - **☼ - **△ - *☼* - *△* - ☼** - △** -

☼☼☼ - ☼☼* - ☼☼△ - ☼*☼ - ☼△☼ - *☼☼ - △☼☼ -

△△△ - △△☼ - △*△ - △☼△ - △△* - ☼△△ - *△△ -

*△☼ - *☼△ - △☼* - △*☼ - ☼*△ - ☼△*

Man muss 27 Kombinationen ausprobieren bis man sicher aus der Zelle herauskommt.

b)

Zeichen: * ☼ △ #

*** - **☼ - **△ - **# - *☼* - *△* - *#* - ☼** - △** - #** -

☼☼☼ - ☼☼* - ☼☼△ - ☼☼# - ☼*☼ - ☼△☼ - ☼#☼ - *☼☼ - △☼☼ - #☼☼

- △△△ - △△☼ - △△* - △△# - △☼△ - △*△ - △#△ - ☼△△ - *△△ -

#△△ - ### - ##* - ##△ - ##☼ - #*# - #△# - #☼# - *## - △## - ☼## -

*△☼ - *☼△ - △☼* - △*☼ - ☼*△ - ☼△* - *☼# - *#☼ - ☼#* - ☼*# - #☼*

- #*☼ - *△# - *#△ - #*△ - #△* - △*# - △#* - ☼#△ - ☼△# - △#☼ -

△☼# - #△☼ - #☼△

Es gibt insgesamt 64 Kombinationen.

64-27=37

Wenn ein viertes Symbol pro Ring dazukommt, muss man 37 Kombinationen mehr ausprobieren bis man sicher aus der Zelle herauskommt.

c)

Auf dem Schild steht:

NORD GANG OBEN LINKS

Die Ziffer 7 steht für das N, die Ziffer 6 für das O, die Ziffer 4 steht für das E und die Ziffer 1 für das L.

Kontrolle:

LEON	+	OLNE	=	NOEL
1467	+	6174	=	7641

d)
Es gilt wie immer gleiche Buchstaben stehen für gleiche Ziffern, unterschiedliche Buchstaben stehen für unterschiedliche Ziffern.

Fall 1: ***RST+RST = USU***

Systematisches Probieren liefert für T= 1, 2, 3, 4 nur S = 0 und U = 2, 4, 6, 8. Da es hier keinen Übertrag gibt, kann R auch nur die gleichen Werte wie T annehmen, was zu einem Widerspruch führt. T = 0 würde S = 0 und U = 0 folgern, was nicht erlaubt ist.
Lässt man einen Übertrag für T zu, so kann T die Werte 5, 6, 7, 8, 9 annehmen.
Für T = 5 folgt U = 0, was sinnlos wäre.
Für T = 6, 7, 8 folgt S = 9, weil 9+9+1=19 ist. Dies führt immer zu einem Widerspruch, da U einerseits wegen T + T = U eine gerade Zahl sein muss und andererseits wegen U = R + R + 1 (der Übertrag der 19) eine ungerade Zahl sein muss.
Es gibt also für den Fall RST+RST = USU keine Lösung.

Fall 2: ***ABC+ABC = BCD***

Folgende Codes sind möglich:

A	B	C		ABC	ABC+ABC	BCD	D
1	2	4		124	248	248	8
1	2	5		125	250	250	0
2	4	9		249	498	498	8
3	7	4		374	748	748	8
3	7	5		375	750	750	0

Die entsprechenden Lösungen ermittelt man zeitsparend durch ein Tabellenkalkulationsprogramm.

e)

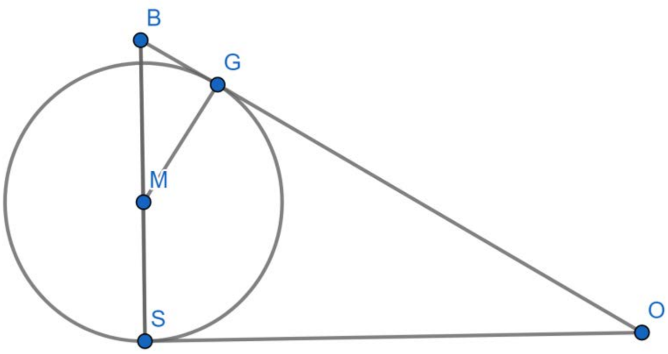
Wir schreiben das Kryptogramm in der Form
1000a+100n+10n+e+100f+10i+t+100u+10r+i=10000t+1000r+100a+10u+m
wobei a, n, e, f, m, i, t, u, r die Ziffern 0 bis 9 annehme können. Es ist klar, dass a, f, u, t nicht die Ziffer 0 annehmen können.

Da die Summe von einer vierstelligen und zwei dreistelligen Zahlen maximal gleich 11997 ist, muss t = 1 sein. Das bedeutet wiederum, das r entweder gleich 0 oder gleich 1 ist. Da aber bereits t = 1 ist, muss r = 0 sein. Die restlichen Ziffern ermittelt man zeitsparend durch ein Tabellenkalkulationsprogramm. Eine Lösung, bei dem die nur die Ziffern von 0 bis 9 verwendet werden ist folgende:

ANNE + FIT + URI = TRAUM

9664 + 521 + 802 = 10987

2. Aufgabe (Gasometer):



Den Standort des Baumes nennen wir B, die Stelle im Süden (von der Anna losgeht) S
und die Stelle im Osten (von der aus sie erstmals den Baum sehen kann) O. Die Verbindung von O nach B hat genau einen gemeinsamen Punkt mit dem Gasometer. Diesen Punkt nennen wir G. M ist der Mittelpunkt des Gasometerkreises, dessen Radius 45 Meter beträgt. Die Länge der Strecke von G nach B nennen wir x.

Das Dreieck MGB ist ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel bei G, da die Verbindung MG senkrecht auf der Linie OB stehen muss, die eine Tangente an den Kreis ist. Eine Tangente an einen Kreis ist stets senkrecht zur Verbindung des Kreismittelpunkts zum Berührpunkt von Kreis und Tangente. Nach dem Satz von Pythagoras gilt nun:

$$(MB^2) = (MG)^2 + (GB)^2$$

Die Länge der Strecke zwischen G und B ist x. Die Länge der Strecke zwischen M und G entspricht dem Radius, wir können $(MG)^2$ also durch 45^2 ersetzen. Und die Strecke MB ist 30 Meter länger als der Radius. Wir können $(MB)^2$ als ersetzen durch $(45+30)^2$:

$$(45+30)^2 = 45^2 + x^2.$$

Das können wir umformen:

$75^2 = 45^2 + x^2$ (minus 45^2)
$3600 = x^2$ (Wurzel ziehen)
$60 = x$

Die Strecke x ist also 60 Meter lang.

Nun schauen wir uns die Dreiecke MGB und SOB genauer an. Diese beiden Dreiecke sind ähnlich zueinander, da die Winkel übereinstimmen. Beide haben einen rechten Winkel (das Dreieck MGB bei G und das Dreieck SOB bei S) und den Winkel bei B gemeinsam, und damit auch den dritten Winkel. Wegen der Ähnlichkeit gilt dann aber:

$$\frac{\overline{GM}}{\overline{SO}} = \frac{\overline{GB}}{\overline{SB}}$$

GM können wir durch 45 ersetzen, GB durch 60, SB durch 120 und SO ist die gesuchte Größe. Die gesuchte Größe nennen wir y.

$$\frac{45}{y} = \frac{60}{120}$$

$$\frac{45}{y} = 0{,}5$$ (mal y)

45 = 0,5 y (mal 2)
90 = y

Ergebnis: Anna ist 90 Meter weit gegangen.

Aufgabe 3 (Zahlenzauber):

Die untenstehende Tabelle gibt eine Übersicht, welche Zahlen auf welchem Bogen (A-F) zu finden sind. In der Zusammenstellung erkennt man, dass die Zahlen im Dualsystem geschrieben werden können. Durch ja/ - ist die Zahl dann eindeutig festgelegt.

Zahl	A $32=2^5$	B $16=2^4$	C $8=2^3$	D $4=2^2$	E $2=2^1$	F $1=2^0$
0	-	-	-	-	-	-
1	-	-	-	-	-	Ja
2	-	-	-	-	Ja	-
3	-	-	-	-	Ja	Ja
4	-	-	-	Ja	-	-
5	-	-	-	Ja	-	Ja
6	-	-	-	Ja	Ja	-
7	-	-	-	Ja	Ja	Ja
8	-	-	Ja	-	-	-
9	-	-	Ja	-	-	Ja
10	-	-	Ja	-	Ja	-
11	-	-	Ja	-	Ja	Ja
12	-	-	Ja	Ja	-	-
13	-	-	Ja	Ja	-	Ja
14	-	-	Ja	Ja	Ja	-
15	-	-	Ja	Ja	Ja	Ja
16	-	Ja	-	-	-	-
17	-	Ja	-	-	-	Ja
18		Ja	-	-	Ja	-
19		Ja	-	-	Ja	ja
20		Ja	-	Ja	-	-
21		Ja	-	Ja	-	Ja
22		Ja	-	Ja	Ja	-
23		Ja	-	Ja	Ja	Ja
24		Ja	Ja	-	-	-
25		Ja	Ja	-	-	Ja
26		Ja	Ja	-	Ja	-
27		Ja	Ja	-	Ja	Ja
28		Ja	Ja	Ja	-	-
29		Ja	Ja	Ja	-	Ja
30		Ja	Ja	Ja	Ja	-
31		Ja	Ja	Ja	Ja	Ja
32	Ja	-	-	-	-	-
33	Ja	-	-	-	-	Ja
34	Ja	-	-	-	Ja	-
35	Ja	-	-	-	Ja	Ja
36	Ja	-	-	Ja	-	-
37	Ja	-	-	Ja	-	Ja
38	Ja	-	-	Ja	Ja	-
39	Ja	-	-	Ja	Ja	Ja
40	Ja	-	Ja	-	-	-
41	Ja	-	Ja	-	-	Ja
42	Ja	-	Ja	-	Ja	-
43	Ja	-	Ja	-	Ja	Ja
44	Ja	-	Ja	Ja	-	-
45	Ja	-	Ja	Ja	-	Ja
46	Ja	-	Ja	Ja	Ja	-
47	Ja	-	Ja	Ja	Ja	Ja
48	Ja	Ja	-	-	-	-
49	Ja	Ja	-	-	-	Ja
50	Ja	Ja	-	-	Ja	-
51	Ja	Ja	-	-	Ja	Ja

Aufgabe 4 (Vier Hufe für ein Pferd)

Hierbei handelt es sich um unsere sog. Scherzaufgabe. Es gibt keine eindeutige Lösung. Die Bewertung erfolgt nach Kreativität im Lösungsansatz.

Pferd treibt Mühle an
Pferd ist in einer Kirmesarena
Pferd läuft auf einer Pferderennbahn
…

Weitere kreative Lösungen sind möglich und durchaus gewünscht.